



TITLE:

視線測定に基づく図の効果的利用 (数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究)

AUTHOR(S):

西浦, 孝治; 高遠, 節夫; 臼井, 邦人

CITATION:

西浦, 孝治 ...[et al]. 視線測定に基づく図の効果的利用 (数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究). 数理解析研究所講究録 2019, 2105: 160-169

ISSUE DATE:

2019-02

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/251886>

RIGHT:

視線測定に基づく図の効果的利用

福島工業高等専門学校・一般教科 西浦 孝治

Koji Nishiura

General Education, National Institute of Technology, Fukushima College

東邦大学・理学部 高遠 節夫

Setsuo Takato

Faculty of Science, Toho University

木更津工業高等専門学校・電子制御工学科 白井 邦人

Kunihito Usui

Control Engineering, National Institute of Technology, Kisarazu College

1 はじめに

後期中等教育，高等教育における数学教育では，つまずきについての分析とそれに基づく学習指導の改善に関する研究は遅れている．本研究の目的は，高専および大学初年度の数学の各分野において，学習者がどこでつまずくのかを特定し，それに基づき教授方法を改善・構築し，教材を開発することである．

我々は学習活動を把握する機器として，認知検出クリッカー Cognitive Detection Clicker (CDC) を独自に開発し，高専の1学級分にあたる40台のCDCを所有している．CDCによって，学生の解答の推移を時系列で記録することができる．これまでに数学ソフトウェア KeTCindy で教材を作成し，CDCを用いた実験授業を4回，実施した．2回目の実験授業から，CDCで得られたデータを KeTCindy によって取り込み，解答の時系列のグラフを作成することが可能となった ([1])．さらに3回目の実験授業から，教授方法の異なる教材の教育効果を比較，検証する方法が確立されつつある ([2])．また4回目の実験授業では，KeTCindyを用いて，音声付きPDF教材を作成し，その有効性についても検証した．しかし，いかに優れた教授方法で作成した教材であっても，学習者が作成者の意図した通りに文章を読み，図を見なければ，理解させることが難しい．したがって，学習者の視線移動の特性を捉えることは，学習指導の改善に有効であると考えられる．そこで本研究の目的であるつまずきの特定，教授方法の改善・構築および教材の開発のために，視線測定機を用いた視線計測実験を行うことを試みた．今回の視線計測では，逆関数の教材を作成して実施した．とくに図に対する視線移動の特徴について検証する．

2 視線測定

視線測定機には、スクリーンベース型とウェアラブル型がある．今回の計測では、スクリーンベース型を用いた（図1）．スクリーンの下部に取り付けた視線測定機が、被験者の角膜に近赤外線を照射し、眼球の動きを映像解析する．これによって、被験者の注視点がアイマークとしてスクリーン上に表示される（図2）．スクリーンベース型の長所は、被験者が機器を装着しないため身体的・心理的な負担が少ないことである．しかし、紙媒体の教材を使用することはできない．



図 1: 視線測定機

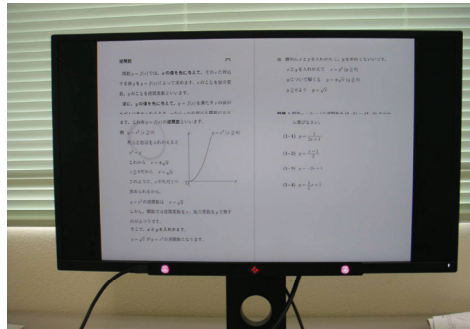


図 2: スクリーン

視線測定機を用いた視線計測実験によって、学習者が数学の図形問題を解いているときや英語の文章を読んでいるときなどの学習過程の特性についての研究が行われている (ex.[3])．このように、視線計測の教育への活用が数学教育だけでなく、教科を問わず始まっている．本研究では、視線計測を CDC を用いた実験授業と併用して、つまずきの特定と学習指導の改善に応用していく．これまでに、理解度の低い分野の一つである累次積分についての教材を作成し、CDC を用いた実験授業を実施した ([2])．積分順序を変更するときには、逆関数を求めることが必要になる．実験授業の分析結果から逆関数を理解していないために解くことができないと考えられる問題があった．そこで、今回は逆関数の教材を作成し、2 回の視線計測実験を実施した．

3 1 回目の視線計測実験

3.1 使用した教材

教材は、P1 から P4（図3）と逆関数を解説する音声付き PDF 教材で構成される．

P1：逆関数を求める問題

P2：もとの関数と逆関数の定義域、値域を求める問題

P3：もとの関数のグラフから逆関数のグラフを求める問題

P4：P3と同じ問題（ただし、もとの関数の図に直線 $y = x$ のグラフを追加）

P1

逆関数

問題 1 関数 $y = 2x + 1$ の逆関数を (1-1) ~ (1-4) の中から選びなさい。

(1-1) $y = \frac{1}{2x+1}$

(1-2) $y = \frac{x-1}{2}$

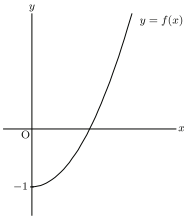
(1-3) $y = -2x + 1$

(1-4) $y = \frac{1}{2}x + 1$

P2

逆関数

下の図のグラフが表す関数を $y = f(x)$ とする。このとき、次の問いに答えなさい。



問題 1 関数 $y = f(x)$ の定義域を選ばなさい。

(1-1) $x \geq 0$

(1-2) $x \leq 0$

(1-3) $x \geq -1$

(1-4) 実数全体

問題 2 関数 $y = f(x)$ の値域を選ばなさい。

(2-1) $y \geq 0$

(2-2) $y \leq 0$

(2-3) $y \geq -1$

(2-4) 実数全体

問題 3 関数 $y = f(x)$ の逆関数の定義域を選ばなさい。

(3-1) $x \geq 0$

(3-2) $x \leq 0$

(3-3) $x \geq -1$

(3-4) 実数全体

問題 4 関数 $y = f(x)$ の逆関数の値域を選ばなさい。

(4-1) $y \geq 0$

(4-2) $y \leq 0$

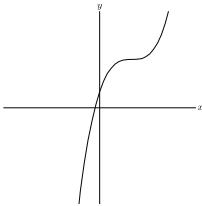
(4-3) $y \geq -1$

(4-4) 実数全体

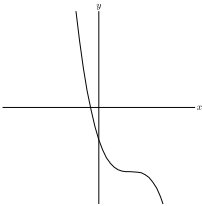
P3

逆関数

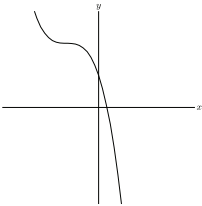
問題 1 次のグラフが表す関数の逆関数のグラフを (1-1) ~ (1-4) の中から選びなさい。



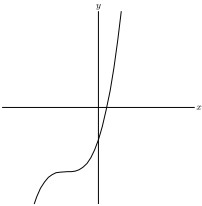
(1-1)



(1-2)



(1-3)



(1-4)

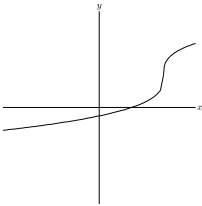


図 3: 1 回目の教材

3.2 実験とその結果

図3の教材と音声付きPDF教材を用いて、次のように1回目の視線計測実験を実施した。

- ・ 日時：2018年8月7日 11時20分～12時20分，15時30分～16時00分
- ・ 場所：木更津工業高等専門学校 実験室
- ・ 対象：電子制御工学科5年生2名，専攻科2年生1名
- ・ 実験の流れ
 1. 視線計測の説明（約1分）
 2. キャリブレーション（約1分）
 3. 計測（時間：P1～P4は各2分，音声付き教材は5分 合計13分）
 4. アンケート（2分）

（注）被験者ごとに眼球の大きさや位置が違うため，計測前にキャリブレーションを行う必要がある。

計測中はスクリーンを録画ソフトウェアで録画した．一人目の被験者のときは，単純に録画を仕損じた．また，三人目の被験者のときは，スクリーンの一部分しか録画できていなかった．したがって，正確に録画できたのは，二人目（電子制御工学科5年生）のみであり，次の結果を得た．

【計測結果】

- P1：解答（1－3）不正解
 - ・ 問題文の関数の式を見ている時間が長い．
- P2：解答（1－2）不正解，（2－3）正解，（3－1）不正解，（4－3）不正解
 - ・ 視線を図と解答の選択肢への移動を繰り返している．
- P3：解答（1－2）不正解
 - ・ （1－2）のグラフを何度も見ている．
- P4：解答（1－2）不正解
 - ・ 選択肢のすべてのグラフを同じくらい見ている．
- 音声付きPDF教材
 - ・ 音声に従って，説明文を見ている．
 - ・ 説明文に対応している図も見ている．

3.3 考察

教員もキャリブレーションを行ったが、実際に見ているところとスクリーン上のアイマークに若干のずれがあった。またスクリーンを正確に録画できないという問題もあった。P1からP4については、視線移動の特性をあまり得ることができなかった。音声付きPDF教材については、音声に従って見ていることは分かったが、それ以上のことは捉えられなかった。

4 2回目の視線計測実験

4.1 使用した教材

つまずくところを特定し、教授方法を検証するために有効となるように、教材を作り直した。教材は、P1からP5で構成される（図4）。

- P1：解説と問題－逆関数の定義、逆関数の求め方
- P2：問題－もとの関数と逆関数の対応する点の関係を誘導する問題
- P3：問題－もとの関数のグラフから逆関数のグラフを求める問題
- P4：解説－もとの関数と逆関数のグラフの関係
- P5：問題－P3と同じ問題（ただし、すべての図に直線 $y = x$ のグラフを追加）

P1

逆関数

関数 $y = f(x)$ では、 x の値を先に与えて、その x に対応する値 y を $y = f(x)$ によって求めます。
 x のことを独立変数、 y のことを従属変数といいます。

逆に、 y の値を先に与えて、 $y = f(x)$ を満たす x の値がただ 1 つ求められるとき、 y から x への対応も関数になります。これを $y = f(x)$ の逆関数といいます。

例 $y = x^2 \ (x \geq 0)$

左辺と右辺を入れかえると
 $x^2 = y$
これから $x = \pm\sqrt{y}$
 $x \geq 0$ だから $x = \sqrt{y}$
このように、 x がただ 1 つ求められるから、
 $y = x^2$ の逆関数は $x = \sqrt{y}$
しかし、関数では従属変数を x 、独立変数を y で表すのがふつうです。
そこで、 x と y を入れかえて、
 $y = \sqrt{x}$ が $y = x^2$ の逆関数になります。

注 最初に x と y を入れかえて、 y を求めてもいいです。
 x と y を入れかえて $x = y^2 \ (y \geq 0)$
 y について解くと $y = \pm\sqrt{x} \ (y \geq 0)$
 $y \geq 0$ より $y = \sqrt{x}$

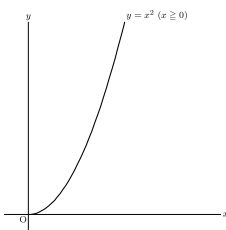
問題 1 関数 $y = 2x + 1$ の逆関数を (1-1) ~ (1-4) の中から選びなさい。

(1-1) $y = \frac{1}{2x+1}$

(1-2) $y = \frac{x-1}{2}$

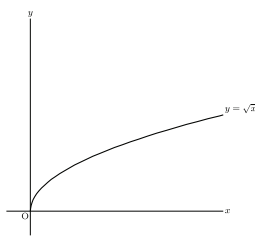
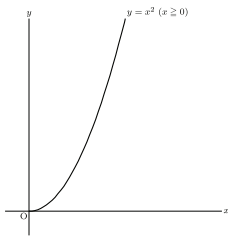
(1-3) $y = -2x + 1$

(1-4) $y = \frac{1}{2}x + 1$



P2 もとの関数と逆関数の関係

$f(x) = x^2$ ($x \geq 0$), $g(x) = \sqrt{x}$ とおくと, $y = f(x)$ の逆関数は $y = g(x)$ であり, それぞれのグラフは次のようになります.



問題 1 $b = f(2)$ とおくと, $g(b)$ の値は次のどれですか.

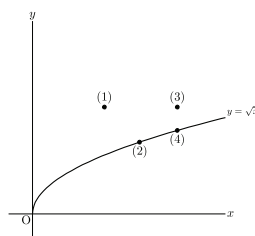
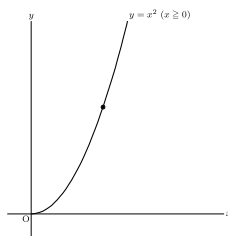
(1-1) 1

(1-2) 2

(1-3) 3

(1-4) 4

問題 2 $b = f(a)$ とします. (a, b) が左図の黒い点であるとき, (b, a) は右図のどの点ですか.



(2-1) (1)

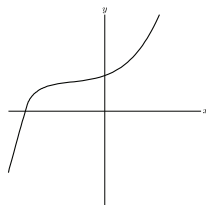
(2-2) (2)

(2-3) (3)

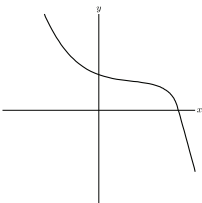
(2-4) (4)

P3 逆関数のグラフ

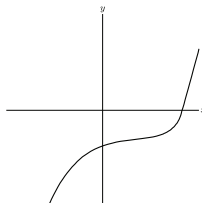
問題 1 関数 $y = f(x)$ のグラフが図のようになっているとき, $y = f(x)$ の逆関数のグラフを (1-1) ~ (1-4) のなかから選びなさい.



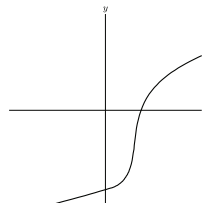
(1-1)



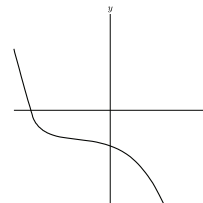
(1-2)



(1-3)



(1-4)



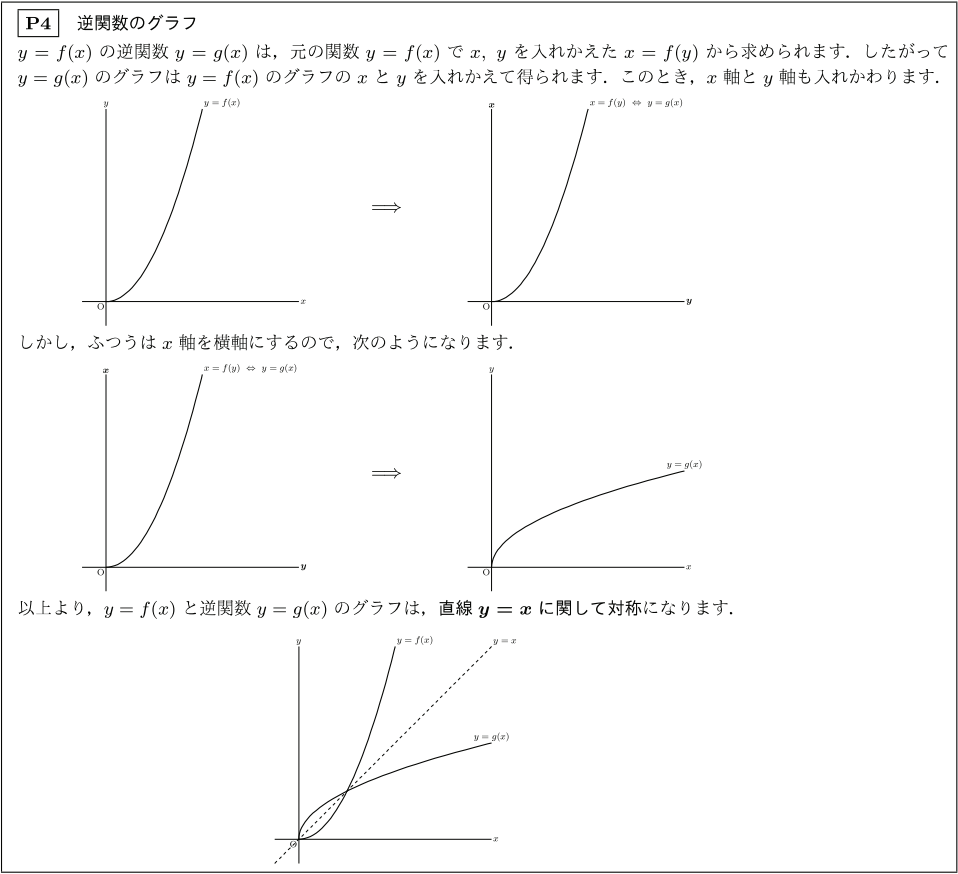


図 4: 2 回目の教材

4.2 実験とその結果

図 4 の教材を用いて、次のように 2 回目の視線計測実験を実施した。

- ・ 日時：2018 年 8 月 22 日 13 時 00 分～13 時 30 分
- ・ 場所：福島工業高等専門学校 教員研究室
- ・ 対象：電気工学科 3 年生，専攻科 1 年生の各 1 名
- ・ 実験の流れ
 1. 視線計測の説明（約 1 分）
 2. キャリブレーション（約 1 分）
 3. 計測（時間：P1～P5 は各 1 分または 2 分 合計 8 分）
 4. アンケート (1 分)

教材の他に 1 回目の視線計測実験から次の 2 点を変更した。

- ・録画ソフトウェアではなく、録画機器を用いて録画した。
- ・1 回目の実験では、暗室で実施したが、2 回目の実験では、照明のあるところで実施した。

これによって、正確に録画することができた。また、実際に見ているところとスクリーン上のアイマークが一致するようになった（図 5）。

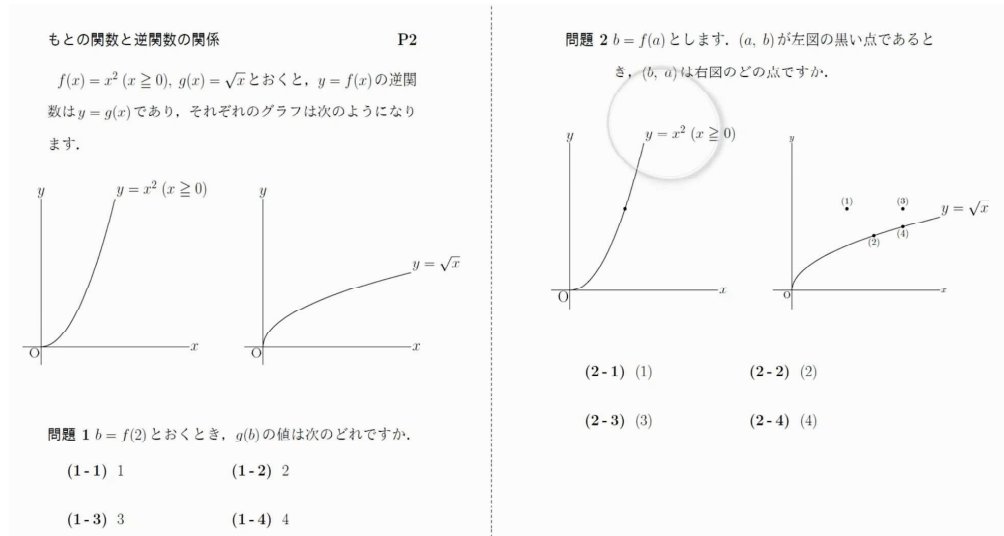


図 5: スクリーン上のアイマーク

2 回目の視線計測実験から被験者 1（電気工学科 3 年生）と被験者 2（専攻科 1 年生）に対して、次の結果を得ることができた。

【計測結果】

● P1：解説と問題（2 分）

被験者 1：解答（1－2）正解

- ・問題→解説→問題の順で見ている。
- ・解説をじっくりと読んでいる。
- ・注は見えない。

被験者 2：解答（1－1）不正解

- ・解説→問題の順で見ている。
- ・解説を読んでいる時間は約 10 秒で、じっくりと読んでいない。
- ・注は見えない。

● P2：問題（2分）

被験者1：解答（1－4）不正解，問題2は解答なし

- ・問題1の上にある図を見ていない。
- ・問題2の文章は，視線を図と解答の選択肢への移動を繰り返しながら，5回、読んでいます。

被験者2：解答（1－4）不正解，（2－2）正解

- ・問題1の上にある図をよく見ている。
- ・問題1を解答する直前に，図の $y = x^2$ の部分を見ている。
（誤答である $b = 2^2 = 4$ を解答している。）
- ・問題2の左の図と右の図を5回ずつ見て，解答している。

● P3：問題（1分）

被験者1：解答（1－1）不正解

- ・問題文のグラフと4つの選択肢のグラフを何度も見比べている。
- ・解答までの時間は30秒である。

被験者2：解答（1－3）正解

- ・問題文のグラフおよび4つの選択肢のグラフを簡単に見た後，問題文のグラフをじっくりと見ている。その後，（1－1）～（1－3）のグラフも順にじっくりと見て，最後に，（1－4），（1－3）と見てから解答している。
- ・解答までの時間は49秒である。

● P4：解説（2分）

被験者1

- ・「 x 軸と y 軸も入れかわる」を2回，読んでいます。
- ・図で入れかわった x 軸と y 軸に着目していない。

被験者2

- ・図の中の「 $x = f(y) \Leftrightarrow y = g(x)$ 」を注視している。
- ・図で入れかわった x 軸と y 軸も見ている。

● P5：問題（1分）

被験者1：解答（1－3）正解

- ・問題文とそのグラフ \rightarrow （1－1） \rightarrow （1－2） \rightarrow （1－4） \rightarrow （1－3） \rightarrow 問題文のグラフ \rightarrow （1－3）の順で見ている。
- ・解答までの時間は7秒である。

被験者2：解答（1－3）正解

- ・問題文とそのグラフ \rightarrow （1－1） \rightarrow （1－2） \rightarrow （1－3）の順で見ている。
- ・解答までの時間は7秒である。

4.3 考察

P1の注の部分は、被験者2名とも見ていなかった。注の前までを読めば、問題を解くことができるため、または一般に学生は注をあまり重要視していないため、などが考えられる。P2の問題1は被験者2名とも不正解であった。とくに被験者1は図を見ていなかった。関数の記号 f , g の理解が不十分のためか、式だけでは正解を得ることができない可能性がある。また、問題1の図に座標を加えた方がよいかもしれない。P4の x 軸と y 軸が入れかわった図では、被験者1は入れかわった座標軸に着目していなかった。したがって、 x 軸を太くするなどして強調した方がよいと考えられる。

5 まとめ

これまで教員は、学生が教科書等の教材の文章をどのように読んでいるか、また図を適切に見ているか、などについては把握することができなかった。しかし、今回の視線計測実験から教材のある部分を読んでいない、図を見ていない、図の着目してほしい部分を見ていない、などが分かった。逆に、じっくりと読んでいる部分なども分かった。このように視線測定機を用いた視線計測によって、学習する様子を明確に捉えることができる。したがって、学習者の視線移動の特性を捉えることは、学習指導の改善に極めて有効である。ただし、CDCを用いた実験授業と同様に、使用する教材は重要な役割を担う。よって、教材を適切に作り上げていく必要がある。今後、視線計測実験をCDCを用いた実験授業と並行して実施することによって、視線計測をつまづきの特定、教授方法の改善・構築および教材の開発に応用する。

参考文献

- [1] K. Nishiura, S. Ouchi, K. Usui, Analysis of the Use of Teaching Materials Generated by KeTCindy as an Aid to the Understanding of Mathematics, Lecture Notes in Computer Science 10407, Springer Verlag, pp.216-227, 2017.
- [2] 西浦孝治, 高遠節夫, KeTCindy による数学教材の作成とその教育効果の検証, 京都大学数理解析研究所講究録 2067, pp.177-182, 2018.
- [3] 黒田恭史, 中島悠, 岡本尚子, 立面図・見取図・立体の変換過程における視線移動の特徴, 佛教大学教育学部学会紀要 14, pp.49-58, 2015.